

**Exercice (1)**

On considère les deux fonctions  $f$  et  $g$  définies par :

$$f(x) = \frac{x+2}{x-1} \quad \text{et} \quad g(x) = x^2$$

- 1) dresser le tableau de variation de  $f$  et  $g$
- 2) tracer les courbes  $(C_f)$  et  $(C_g)$
- 3) résoudre graphiquement l'inéquation  $\frac{x+2}{x-1} \geq x^2$

**Exercice (2)**

On considère les deux fonctions  $f$  et  $g$  définies par :

$$f(x) = \frac{2x-1}{x-1} \quad \text{et} \quad g(x) = x^2 - 2x + 3$$

- 1) quelle est la nature de  $(C_f)$  ;  $(C_g)$  et leurs éléments caractéristiques  $(C_f)$  et  $(C_g)$

- 2) calculer  $f(2)$  et  $g(2)$  puis tracer
- 3) résoudre graphiquement l'inéquation :

$$(x-1)^2 \leq \frac{1}{x-1}$$

- 4) étudier le sens de variation de  $f \circ g$  sur  $]1, +\infty[$

**Exercice (3)**

Soit  $g$  la fonction définie par :  $g(x) = \frac{2x-1}{x-1}$

- 1) a) dresser le tableau de variation de  $f$   
b) tracer la courbe de  $g$
- 2) on pose  $f(x) = \frac{2|x|-1}{|x|-1}$ 
  - a) déterminer le domaine de définition de  $f$
  - b) donner le tableau de variation de  $f$
  - c) tracer la courbe de la fonction  $f$
  - d) déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation :

$$|x|(m-2) = m-1$$

$m$  est un paramètre réel

**Exercice (4)**

On considère les deux fonctions  $f$  et  $g$  définies par :

$$f(x) = -\frac{2}{5}(x^2 - 4x - 5) \quad \text{et} \quad g(x) = \sqrt{x}$$

- 1) dresser le tableau de variation de  $f$  et  $g$
- 2) quelle est la nature de  $(C_f)$  et  $(C_g)$
- 3) tracer les courbes  $(C_f)$  et  $(C_g)$
- 4) résoudre l'équation  $f(x) = 0$  puis donner un

interprétation géométrique du résultat

- 5) résoudre graphiquement l'inéquation :

$$-\frac{1}{5}(x-4) \geq -\frac{1}{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

**Exercice (5)**

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{-2x}{x+1}$

- 1) donner le tableau de variation de  $f$  et tracer  $(C_f)$
- 2) on considère la fonction  $g(x) = (f \circ f)(x)$ 
  - a) détermine  $D_g$  et exprimer  $g(x)$  en fonction de  $x$
  - c) étudier le sens de variation de  $g$  sur  $]-\infty, -1[$

**Exercice (6)**

On considère les deux fonctions  $f$  et  $g$  définies par :

$$f(x) = \frac{2(x^2+1)}{(x+1)^2} \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

- 1) montrer que  $f$  admet un minimum en  $a = 1$
- 2) a) vérifier que  $f(x) = 1 + (g(x))^2$   
b) étudier les variations de  $f$  sur  $]-1, 1[$  ;  $]1, +\infty[$

**Exercice (7)**

on considère la fonction  $f$  définie par :

$$f(x) = x + 4 - 2\sqrt{x+2}$$

- 1) déterminer  $D_f$  et montrer que  $f$  est minorée par 1
- 2) résoudre l'équation  $f(x) = 1$
- 3) on pose  $g(x) = \sqrt{x+2}$ 
  - a) déterminer une fonction usuelle  $h$  telle que :  
 $f = h \circ g$
  - b) étudier la monotonie de  $f$  sur  $[-2, -1]$

**Exercice (8)**

soit  $m$  un réel strictement positif . on définit la fonction

$$f_m \text{ sur } \mathbb{R}^{+*} \text{ par : } f_m(x) = x + \frac{m}{x}$$

- 1) la fonction  $f_m$  set-elle impaire ?
- 2) a) montrer que  $T_{f_m}(x, y) = 1 - \frac{m}{xy}$   
b) étudier les variations de  $f_m$  sur  $]\sqrt{m}, +\infty[$  ;  $]0, \sqrt{m}[$   
c) déduire que  $f$  admet un extrémum à préciser
- 3) soient  $c$  ,  $b$  ,  $a$  trois réels de  $\mathbb{R}^{+*}$

Montrer que  $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq a + b + c$